

Toepassing uitgangspunten differentiatie in wiskundeboeken



Namen: F.A. van Dalen
S.P. Vuijk
M.H.J. ten Asbroek

Vak: Advanced Topics, Promoting excellence in secondary school - 2014

Universiteit Utrecht, Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education

Inhoudsopgave

Inleiding	3
De Wageningse Methode	3
Voorwoord	5
De zes punten	5
Respectvolle taken	5
Curriculum van hoge kwaliteit	6
Niveau verhogend lesgeven	6
Advies aan boek	10
Getal & Ruimte	11
Voorwoord	11
Zes uitgangspunten	11
Respectvolle taken	11
Curriculum van hoge kwaliteit	16
Niveauverhogend lesgeven	16
Advies aan boek	16
Moderne Wiskunde	17
Voorwoord	17
Zes uitgangspunten	17
Respectvolle taken	17
Curriculum van hogere kwaliteit	17
Niveau verhogend lesgeven	18
Advies over dit boek	18
Literatuur:	20

Inleiding

In dit paper wordt gekeken naar de zes uitgangspunten bij het vormgeven van differentiatie. Deze zes uitgangspunten zijn te vinden in het boek over excellentie en differentiatie van dr. Ton van der Valk (2014). De aandacht wordt mede gericht op hoe de zes uitgangspunten worden gebruikt in drie verschillende wiskunde methodes: Moderne Wiskunde (2007), Getal & Ruimte (2009) en de Wageningse Methode (2009). De methodes zullen eerst worden geanalyseerd, vervolgens wordt er op basis van deze analyse een advies gegeven aan de methodes om meer differentiatie toe te passen. Tot slot wordt er een advies geformuleerd over het gebruik van de drie methodes geformuleerd voor scholen die graag meer willen differentiëren.

Zes uitgangspunten differentiatie

De hierboven genoemde uitgangspunten van differentiatie zullen hieronder worden uitgelegd. Tevens zal hierbij worden beschreven hoe dit punt is interpreteert in dit paper.

Respectvolle taken

Ton van der Valk (2014) beschrijft dit als volgt: *‘Leerlingen werken aan relevante opdrachten, die voor hen betekenisvol en boeiend zijn, en waarbij hogere cognitieve niveaus worden aangesproken.’*

In dit paper worden betekenisvolle opdrachten geïnterpreteerd als boeiende en bruikbare opdrachten voor leerlingen in het dagelijkse leven. Hierbij is de context en de relevantie ervan van groot belang. Als de context herkenbaar is voor de leerlingen en ook past bij het leerdoel van het hoofdstuk, dan is een opdracht betekenisvol.

Hogere cognitieve niveaus worden gezien als de drie laatste cognitieve niveaus van Bloom. De eerste drie zijn: kennis, begrip en toepassing. Deze worden niet als hogere niveaus beschouwd. De niveaus analyseren, synthetiseren en evalueren worden wel als hogere cognitieve niveaus beschouwd.

Curriculum van hoge kwaliteit

Ton van der Valk (2014) beschrijft dit als volgt: *‘Een curriculum dat het leren van alle leerlingen ondersteunt, omdat het uitgaat van een breed bereik aan leerbehoeftes in de klas: van de minst tot de meest bekwame leerlingen. Een kwalitatief hoogstaand curriculum ondersteunt alle leerlingen afdoende om succes te kunnen behalen op het eigen niveau. Alle leerlingen krijgen de kans om optimaal te presteren.’*

In dit paper wordt een curriculum van hogere kwaliteit gezien als een curriculum dat een basisstof heeft dat voor leerlingen te begrijpen is en alle bijbehorende opgaven voor alle leerlingen te maken zijn. Verder moet er een extra aanbod zijn voor de excellente leerlingen.

Niveauperhogend lesgeven

De docent ondersteunt leerlingen actief in het bereiken van een zo hoog mogelijk niveau, zo mogelijk hoger dan ze zelf verwachten. Dit impliceert dat de docent alle leerlingen, óók de getalenteerde leerlingen, een adequate begeleiding geeft.

Dit uitgangspunt is maar voor één methode geanalyseerd, omdat één van de auteurs van dit paper gewerkt heeft met deze methode. Hierdoor heeft zij uit ervaring dit punt voor de Wageningse Methode geanalyseerd. Een mogelijke oplossing voor het ontbreken van ervaring zouden docentenhandleidingen van de methodes zijn geweest. Helaas was er voor geen enkele methode een docentenhandleiding beschikbaar.

Flexibele groepsvorming

Ton van der Valk (2014) beschrijft dit als volgt: *Leerlingen werken in groepen die, afhankelijk van de leertaken, door de docent afwisselend heterogeen en homogeen zijn samengesteld, op basis van hun beginsituatie, interesses en/of leerprofielen. De groepsvorming kan ook leerling-gestuurd plaatsvinden. De term 'flexibel' is overigens ook van toepassing op andere aspecten van differentiatie: er moet flexibel op leerbehoeftes van leerlingen aangesloten worden, bijvoorbeeld door te variëren in curriculum en instructie.*

Dit punt zal niet mee worden genomen in de analyse van methodes omdat de docentenhandleiding ontbreekt. Wel zal een gebruiksadvies worden gegeven voor dit punt. Hierbij zal de nadruk liggen op verschillende soorten groepsvorming. Een goede afwisseling van soorten groepjes aan de hand van beginsituatie, interesse, leerprofiel of zelfs groepsvorming die leerling-gestuurd is.

Diagnose en aanpassing

Ton van der Valk (2014) beschrijft dit als volgt: *Een essentieel onderdeel van differentiatie is het in kaart brengen van de leeropbrengsten en waar de leerlingen in hun ontwikkeling staan. Op grond daarvan kan de docent het curriculum en de instructie voor (groepjes) leerlingen aanpassen. De docent plant structureel ruimte voor diagnose van de leervorderingen en feedback naar de leerlingen. Daarbij past hij diverse methoden voor evaluatie toe.*

Ook dit punt zal niet mee worden genomen in de analyse van methodes omdat de docentenhandleiding ontbreekt. Wel zal dit punt mee worden genomen in het gebruiksadvies aan scholen. Hierbij zal de nadruk liggen op voldoende tussentijdse evaluatie op verschillende manieren, de feedback naar leerlingen en de manier waarop de uitkomsten van de evaluatie worden verwerkt in het curriculum.

Community-vorming

Ton van der Valk (2014) beschrijft dit als volgt: *Een leergemeenschap of community ontstaat als leerlingen en docenten gezamenlijk (leer)activiteiten uitvoeren en zich identificeren met deze gemeenschap, bijvoorbeeld doordat ze hun passie voor diepgaand leren met elkaar delen. Zo'n community ontstaat niet vanzelf. Het vereist de actieve inzet van de leerlingen en docenten die daar deel van uitmaken. Er zijn vier factoren die de vorming van een community stimuleren. De deelnemers voelen loyaliteit en betrokkenheid bij de groep ('lidmaatschap'). De deelnemers dragen actief bij aan de groepsdoelen en sturen mee ('invloed'). Deelname levert vervulling van behoeftes op, zoals kennis, onderlinge hulp ('vervulling'). Het delen van ervaringen met alle deelnemers en sociale activiteiten zijn hierbij belangrijk ('emotionele verbinding'). Als deze vier factoren aanwezig zijn, gaan leerlingen gezamenlijke leermogelijkheden creëren, bijvoorbeeld door elkaar feedback te geven of door excursies en lezingen te organiseren. Zo draagt de community bij aan het leren van haar leden.*

Net als de twee voorgaande uitgangspunten zal ook dit laatste uitgangspunt niet worden meegenomen in de analyse van methodes omdat de docentenhandleiding ontbreekt. Het advies zal de nadruk leggen op de loyaliteit en betrokkenheid die deelnemers voelen bij de groep; de mate waarin deelnemers actief bijdragen aan groepsdoelen en meesturen; de invulling van behoeftes aan kennis en onderlinge hulp en de emotionele verbinding zoals het delen van ervaringen en ander sociale activiteiten met deelnemers.

De Wageningse Methode

Voorwoord

In het voorwoord van het boek wordt duidelijk uitgelegd hoe het boek is opgebouwd. Er zijn verschillende tekens waar gebruik van wordt gemaakt en ook zijn er verschillende soorten opgaven die worden toegelicht. Zo zijn er opgaven op een witte en op een oker achtergrond te vinden in het boek. In het voorwoord worden de oker opgaven als volgt omschreven: 'Als je graag uitgedaagd wordt, laat je dan meevoeren door de oker stroom. Die stroom is voor de leerlingen die durven! De opgaven in de oker stroom staan op de rechterkant van de pagina. Maar kijk uit: je kunt beter niet aan de oker stroom beginnen als je de voorgaande opgaven nog niet goed begrijpt.'

We zien hier een goed voorbeeld waarbij in het boek differentiatie wordt toegepast. De leerlingen die de opgaven op de witte achtergrond goed beheersen, worden uitgedaagd om de oker opgaven te gaan maken. De excellente leerlingen worden hiermee dus gevorderd. Echter kunnen de leerlingen ook gewoon de 'normale' witte opgaven maken waardoor de niet-excellente leerlingen de reguliere stof kunnen volgen. Er wordt dus iets extra's aangeboden aan de excellente leerlingen en de andere leerlingen kunnen gewoon op het reguliere niveau aan de slag.

De zes punten

Respectvolle taken

Relevante opdrachten interpreteren wij als betekenisvol en boeiend voor de leerlingen. In de opdrachten worden verwijzingen naar of afbeeldingen van bekende producten of voorwerpen gebruikt, of een opdracht gaat over een situatie in het dagelijks leven. In de Wageningse Methode wordt er regelmatig gebruik gemaakt van een context maar zijn er ook veel abstracte opgaven.

In het boek staan 6 hoofdstukken met als onderwerpen: breuken, hoeken, de getallenlijn, afstanden, machten en getallen & grafieken. In elk hoofdstuk wordt er regelmatig gebruik gemaakt van een context, vaak in de introductie van het hoofdstuk en in de extra opgaven. Bij de algemene opgaven wordt er meer nadruk gelegd op het oefenen met de nieuwe stof dan het gebruiken van een context. Breuken worden zoals zo vaak geassocieerd met taartpunten maar ook met de werelddelen (figuur 1). Hoeken worden gelinkt aan klokken en de hoek tussen de wijzers van een klok (figuur 2). In het hoofdstuk over de getallenlijn worden intervallen behandeld en hierbij wordt gebruik gemaakt van een thermometer (figuur 3), een object dat iedere leerling kent. Bij afstanden gaat het met name om de kortste afstand en hierbij komt het strand (figuur 4) regelmatig terug. Het strand wordt vaak met zon en vakantie geassocieerd dus ook hier is er een herkenbare context aanwezig voor de leerlingen. Bij machten gaat het eerst over halveren en verdubbelen, het snijden van een brood wordt hier als context gebruikt (figuur 5). In het laatste hoofdstuk uit dit boek komen er ook verschillende herkenbare contexten aan bod. Een grafiek voor het omwisselen van geld of voor de kosten van benzine bijvoorbeeld. Dit is iets waar leerlingen zelf misschien nog niet mee te maken hebben maar hun ouders wel. Dus ze kunnen dit als ze ouder zijn gebruiken.

Al met al worden er veel verschillende contexten gebruikt in deze methode. De contexten die gebruikt worden, zijn ook boeiend voor de leerlingen omdat ze vaak te maken hebben met hun dagelijkse leven. Echter is het wel zo dat de relevantie van de context niet altijd even duidelijk is waardoor het leerdoel misschien uit het oog verloren wordt. De abstracte opgaven in het boek zorgen er dan ook meteen weer voor dat het leerdoel wel duidelijk is. De abstracte opgaven zorgen

ervoor dat de leerling de nieuwe stof goed oefent en deze daarom onder de knie kan krijgen. Er is ons inziens dus een goede mix tussen abstracte opgaven en opgaven die in een context zijn geplaatst.

De hogere cognitieve niveaus - analyseren, synthetiseren, evalueren - komen in De Wageningse Methode niet aan bod. De hogere cognitieve niveaus verwacht je niet in de basisstof, de paragrafen, want daarin wordt kennis en begrip geleerd over het betreffende onderwerp en moet je deze feitenkennis kunnen toepassen. De extra opgaven aan het einde van een hoofdstuk bieden niet iets nieuws of verdiepends. Deze dienen alleen ter extra oefeningen in het toepassen van de kennis. Er hoeft dus niet geanalyseerd te worden (of synthese of evaluatie).

Curriculum van hoge kwaliteit

Dit punt gaat onder andere over een breed bereik aan leerbehoeftes in de klas: van de minst tot de meest bekwame leerlingen. Zoals bij het voorwoord al uitgelegd is, maakt dit boek gebruik van de oker opgaven. Hierbij wordt er dus rekening gehouden met de verschillende leerbehoeftes die er in een klas te vinden zijn omdat de excellente leerlingen zichzelf kunnen uitdagen en de minder bekwame leerlingen hoeven deze opgaven niet te maken.

Verder zijn er ook nog extra opgaven aan het einde van elk hoofdstuk te vinden. Hier kunnen dus de snellere leerlingen mee aan de slag, ook hier wordt dus het leren van alle leerlingen ondersteunt. De extra opgaven zorgen ervoor dat de snelle leerlingen genoeg te doen hebben en de minder snelle leerlingen hoeven deze opgaven wederom niet te maken. Doordat de snellere leerlingen genoeg te doen hebben, hoeven ze zich niet te vervelen tijdens de lessen. Verveling zorgt er doorgaans voor dat leerlingen zich gaan bemoeien met andere leerlingen waardoor deze niet meer verder kunnen werken. Deze extra opgaven zorgen er dus ook voor dat leerlingen niet afgeleid worden en optimaal kunnen verder werken.

Tot slot is er aan het einde van elk hoofdstuk ook een samenvatting te vinden. Hierin staat per paragraaf kort beschreven wat de belangrijkste leerpunten zijn. Dit is erg fijn voor leerlingen die het moeilijk vinden deze punten goed te onderscheiden. Hierbij wordt er dus rekening gehouden met de minder bekwame leerlingen en wordt er deze keer voor hen iets extra's gedaan.

We zien dus dat aan dit punt voldoende aandacht wordt besteed in het boek. Er wordt gebruik gemaakt van uitdagende opgaven en extra opgaven voor de excellente leerlingen en er zijn genoeg hulpmiddelen voor de wat minder bekwame leerlingen.

Niveau verhogend lesgeven

Over dit punt kan ik (Franziska) enkel uit eigen ervaring iets vertellen omdat ik al met deze methode heb gewerkt. In het boek staat niet beschreven hoe dit punt ingevuld kan worden en wij hebben geen docentenhandleiding tot onze beschikking.

Het boek maakt dus gebruik van oker opgaven om de bekwamere leerling uit te dagen. In de praktijk is het echter zo dat leerlingen geen moeilijkere opgaven willen maken met name omdat dit dan meer tijd kost. De redenatie van leerlingen is vaak dat moeilijkere opgaven meer tijd kosten en dat ze dan minder tijd hebben voor andere dingen, zoals andere vakken of iets leuks. Met de normale opgaven leren ze de stof ook goed genoeg om de toets goed te maken en het kost minder tijd. Hier moet je als docent dus ingrijpen.

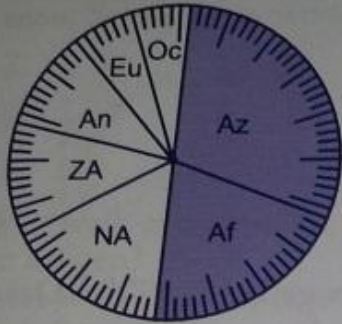
Ik heb zelf meegemaakt dat er leerlingen in mijn klas waren die geen zin hadden om de oker opgaven te maken wegens de hierboven genoemde reden. Echter, heb ik er toen twee aangespoord om eens een oker opgave te maken en deze dan op het bord voor te doen. Na enig aandringen is het mij gelukt en de leerling werd ook inderdaad uitgedaagd. Nadat de leerling een tijdje had gepuzzeld, kwam hij wel uit de opgave en deed hij hem voor op het bord. Hierdoor kreeg hij weer meer respect van zijn medeleerlingen omdat hij deze moeilijke opgave had opgelost en hierdoor werd hij ook trots op zichzelf en zijn zelfvertrouwen groeide.

Je ziet in het hierboven beschreven scenario dus, dat de excellente leerling uiteindelijk wel genoot van het maken van de oker opgaven. Echter was de docent gevraagd in het aansporen van de leerlingen, uit zichzelf had hij de oker opgaven vermoedelijk nooit geprobeerd.

De methode vraagt er dus om dat de docent de leerlingen actief begeleidt en ze steunt in het halen van een zo hoog mogelijk niveau. Het hierboven beschreven voorbeeld maakt dit duidelijk. En uiteraard kan het zelfs zo zijn dat leerlingen denken dat ze de oker opgaven niet kunnen maar de docent denkt hier anders over. Door de leerling dan te stimuleren om de oker opgaven wel te proberen, kan de leerling een hoger niveau bereiken. Precies wat er in dit punt wordt verwacht van een docent.

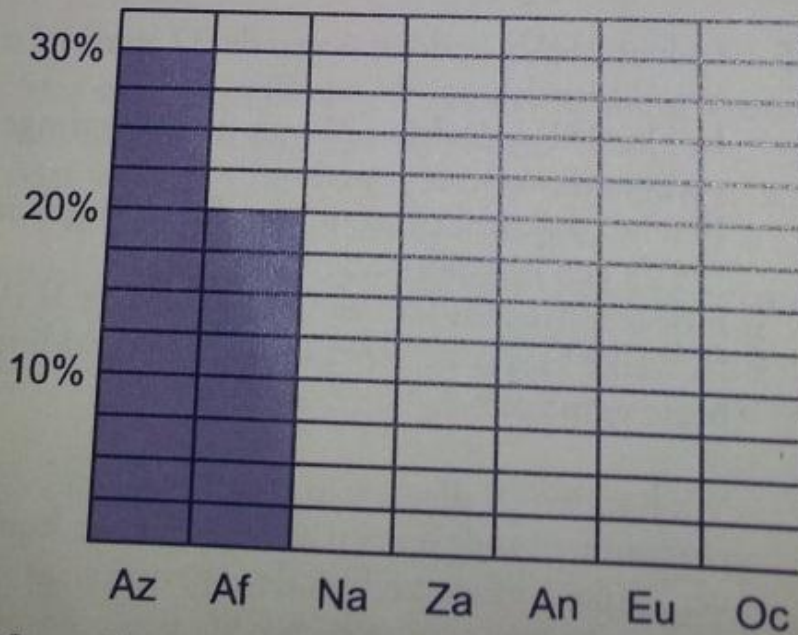
58 $\frac{1}{3}$ %

- 27 De zeven werelddelen zijn niet allemaal even groot. Hieronder zie je een cirkeldiagram van de verdeling van de landoppervlakte over de werelddelen. De cirkelomtrek is verdeeld in 100 even grote stukjes. Door per sector het aantal stukjes te tellen, kun je de grootte van de werelddelen met elkaar vergelijken. De sector Azië telt 30 stukjes. Dat is 30% ofwel $\frac{3}{10}$ deel.



- a Geef zo ook van de andere werelddelen (Af = Afrika, NA = Noord Amerika, ZA = Zuid Amerika, An = Antarctica, Eu = Europa en Oc = Oceanië) het percentage en de bijbehorende breuk.

Hieronder is een begin gemaakt met een staafdiagram van de verdeling van de landoppervlakte.

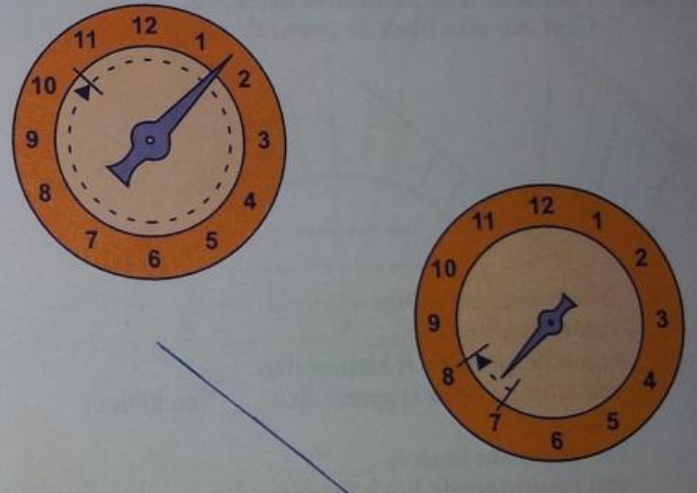


- b Neem deze over en maak het af.

Figuur 1

Werelddelen, uit de Wageningse Methode

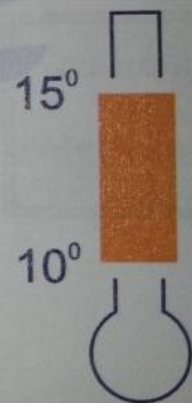
- 9 a Over hoeveel graden draait de grote wijzer van een klok in:
- een uur?
 - tien minuten?
 - één minuut?
- b Over hoeveel graden draait de kleine wijzer van een klok in:
- één uur?
 - één minuut?
- c Hoeveel graden is de hoek tussen de wijzers van de klok om:
- drie uur?
 - zes uur?
 - twee uur?



Figuur 3

Klokken, uit de Wageningse Methode

- 58 Voor de export zijn Hollandse komkommers verpakt in dozen met daarop een thermometer zoals hiernaast.
Wat zou die thermometer betekenen, denk je?

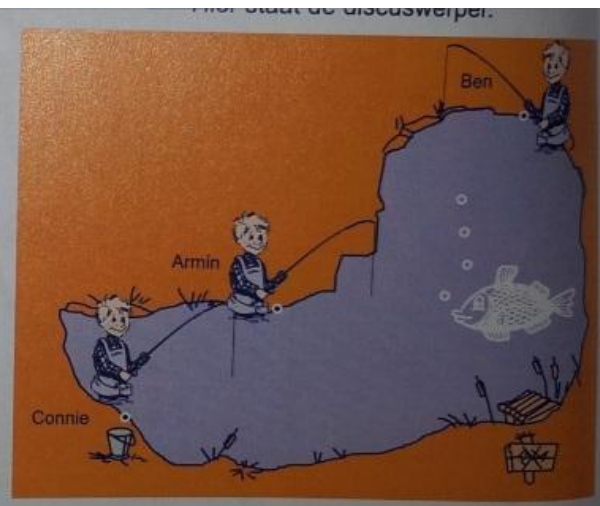


- 59 Vannacht schommelde de temperatuur tussen

Figuur 2

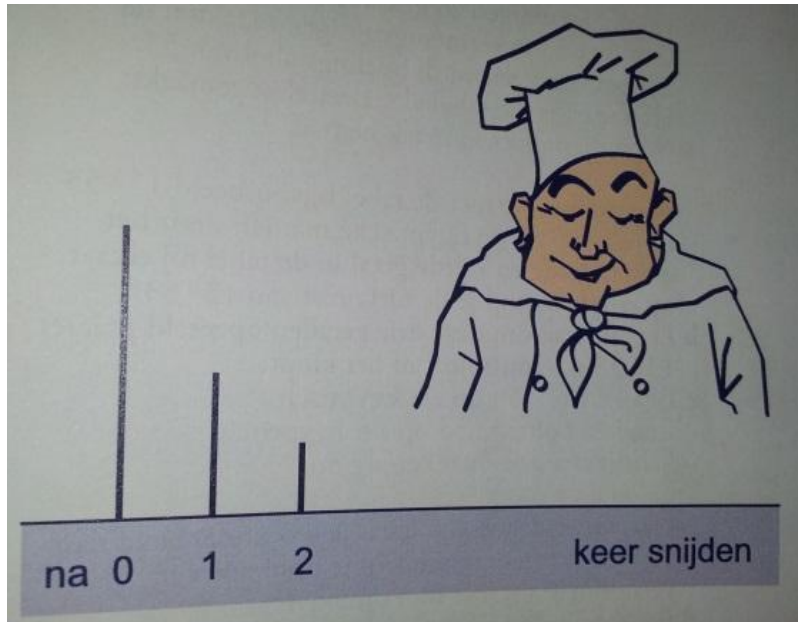
Thermometer, uit de Wageningse Methode

- 2 Armin, Ben en Connie zijn aan het vissen. Je ziet hier een tekening van de situatie. De schaal van de tekening is 1:1000. De stippen geven de precieze plaats waar ze zitten. Armin kan met zijn werphengel zijn vishaak 35 meter ver gooien, Ben 25 meter en Connie 40 meter. Kleur het gebied waar de vissen veilig zijn voor de drie vissers.



Figuur 4

Eiland, uit de Wageningse Methode



Figuur 5
De bakker, uit de Wageningse Methode

Advies aan boek

Om de Wageningse methode geschikter te maken voor excellente leerlingen zijn de volgende adviezen geformuleerd:

- Behoud de okeropgaven in het boek.
De okeropgaven zijn erg goed en de bedoeling ervan staat duidelijk uitgelegd aan het begin van het boek. Het geeft de excellente leerlingen ook een stukje eigen verantwoordelijkheid.
- Geen een tijdsindicatie aan bij de okeropgaven
Leerlingen werken nu niet snel uit zichzelf aan de okeropgaven omdat ze het idee hebben dat het meer tijd kost. Een tijdsindicatie of een vergelijking met de witte opgave ernaast kan dit probleem verhelpen.
- Gebruik de extra opgaven ook als verdieping.
De extra opgaven zijn er nu enkel om meer te oefenen. Hoewel dit idee uiteraard goed is, zou je ook enkele extra opgaven kunnen gebruiken om te verdiepen. Er zijn in elk hoofdstuk circa 10 extra opdrachten te vinden, hier kun je er twee of drie als verdieping gebruiken zonder dat je de mogelijkheid tot oefenen wegneemt. Door de verdieping worden de excellente leerlingen meer uitgedaagd en kunnen er opgaven van hogere cognitieve niveaus gemaakt worden.
- Stel het leerdoel altijd centraal in de opdrachten.
Er zijn nu af en toe opdrachten waarbij gebruik wordt gemaakt van erg kunstmatige contexten. Hierdoor kan een leerling het leerdoel uit zijn ogen verliezen en zich meer bezig houden met de context. Een context kan goed zijn, maar denk hierbij altijd goed na over het doel.

Getal & Ruimte

Voorwoord

In het voorwoord van getal & ruimte wordt weinig aandacht besteed aan differentiatie. Er wordt alleen genoemd dat de extra stof in het teken staat van tempodifferentiatie. Dit houdt in dat leerlingen die het hoofdstuk af hebben, extra opgaven kunnen gaan maken die aan worden geboden in de extra stof.

Na het voorwoord wordt er uitleg gegeven over de opbouw van het boek. Differentiatie wordt in de opbouw van het boek zichtbaar doordat er oriënterende opgave en uitdagende opgave zijn. Na ieder hoofdstuk is een diagnostische toets beschikbaar. Met deze toets kan worden gecontroleerd of de basisstof is begrepen. Wanneer een leerling de basisstof niet volledig beheerst, kan een leerling met de herhaling aan de slag. Daarnaast is er na ieder hoofdstuk extra stof. Wanneer de basisstof door de leerling wordt beheerst, kan deze als verdieping met de extra stof aan de slag.

Zes uitgangspunten

Respectvolle taken

Van respectvolle taken is in getal & ruimte nauwelijks tot geen sprake. Relevante opdrachten moeten betekenisvol en boeiend zijn. Dit kan worden gedaan door opdrachten in een context te plaatsen waar leerlingen veel affiniteit hebben. Hiervan wordt veelvuldig gebruik gemaakt in een aantal hoofdstukken. In paragraaf 4.4 worden veel verhalende sommen gepresenteerd waarin de sommen in een context worden geplaatst die herkenbaar is voor leerlingen (figuur 6). Uit deze context moet een formule worden afgeleid. Het formuleren van een formule uit een verhalende context is een vaardigheid dat leerlingen nog veel zullen gebruiken in hun verdere schoolloopbaan. In dat opzicht zijn deze opdrachten betekenisvol. Of leerlingen zich dit tijdens het maken van de sommen realiseren is een tweede vraag. Opdrachten worden dus wel in een toegankelijke context geplaatst, maar of dit tot gevolg heeft dat een opdracht meer betekenisvol wordt voor leerlingen is de vraag. Silfhout et al. laat zien dat zakelijke teksten met alleen de leerstof beter worden begrepen dan teksten waarbij de leerstof in een verhalende context staat. De verhalende informatie leidt af en draagt niet bij aan een betere begripbaarheid van de leerstof (Silfhout et al., 2014). Echter moet hierbij wel de kanttekening worden geplaatst dat hierbij onderzoek is gedaan naar leerteksten op VMBO leerlingen. Daarnaast kan de relevantie van de context worden bediscussieerd. Is het van toegevoegde waarde om een bepaalde vraag in een bepaalde context te zetten of is het toetsen van feitenkennis voldoende? Vraag 61 uit hoofdstuk 1 is een opdracht waarbij de context die wordt geschetst geen toegevoegde waarde heeft (figuur 7). Ook is het van belang om te kijken of contexten niet te kunstmatig zijn. Wanneer dit het geval is, voldoet de context niet aan het ideaal om kennis te toetsen in een realistische context. Kortom, getal & ruimte doet plaatst veel sommen in een context die herkenbaar is voor leerlinge. Of de context ook daadwerkelijk een toegevoegde waarde is, wordt in een aantal gevallen in twijfel getrokken.

- A 64** De advertentie hiernaast gaat over camping DE DUINPAN.
- Schrijf de woordformule op van de huurprijs in euro's. Begin zo
 $\text{huurprijs} = \dots + \dots \cdot \text{aantal dagen}$.
 - In het hoogseizoen kost het huren 90 euro per dag. De schoonmaakkosten zijn 100 euro.
 Schrijf de woordformule op van de huurprijs in euro's voor het hoogseizoen.
 - Mevrouw De Bruin wil 2 weken een caravan huren.
 Hoeveel euro scheelt het als ze in het laagseizoen huurt vergeleken met het hoogseizoen?
 - De familie Kivits huurt van 25 juni tot en met 10 juli een caravan.
 Het is dan hoogseizoen. Hoeveel moeten ze betalen?

Figuur 6

Hoofdstuk 2 opdracht 64, uit Getal & Ruimte

- A 61** Sandra, Josse, Maarten en Lisette hebben een aantal stokjes zoals hiernaast is aangegeven. Daarmee proberen ze ruimtefiguren te maken. Ze moeten daarvoor wel alle stokjes gebruiken. Maak bij de volgende vragen een schets als dat mogelijk is. Is het niet mogelijk, schrijf dan op waarom niet.
- Kan Sandra een draadmodel van een balk maken?
 - Kan Josse een draadmodel van een balk maken?
 - Kan Maarten een draadmodel van een prisma maken?
 En van een piramide?
 - Kan Lisette een draadmodel van een prisma maken?
 En van een piramide?

Sandra	4 van 8 cm 8 van 4 cm
Josse	6 van 8 cm 6 van 4 cm
Maarten	9 van 8 cm
Lisette	18 van 6 cm

Figuur 7

Hoofdstuk 1 opdracht 61, uit Getal & Ruimte

Hogere cognitieve uitdagingen, zoals analyseren, synthetiseren en evalueren, zijn niet voor leerlingen beschikbaar. Mochten er voor leerlingen hogere cognitieve uitdagingen zijn dan worden deze verwacht in uitdagende oefeningen of bij de extra stof. Uitdagende oefeningen vragen vaak van leerlingen de geleerde kennis toe te passen (figuur 8 en 9). Hetzelfde geldt voor de extra stof. Ook hierbij wordt van leerlingen verwacht dat ze de geleerde kennis toepassen en niet analyseren, evalueren of synthetiseren (figuur 10 en 11). Kortom, van hogere cognitieve uitdagingen voor leerlingen is bij de methode getal & ruimte geen sprake.

- U 48** **Getallenkaarten**
 Maak zes kaarten met de cijfers 0, 2, 3, 5, 7 en 8. Deze kaarten leg je op de open vakjes van de getallen A en B.
 Doe het zo, dat
- A zo groot mogelijk is en B zo klein mogelijk
 - de som van A en B zo groot mogelijk is
 - de som van A en B zo klein mogelijk is
 - het verschil van A en B zo klein mogelijk is.

Figuur 8

Hoofdstuk 2 opdracht 48, uit Getal & Ruimte

U 46

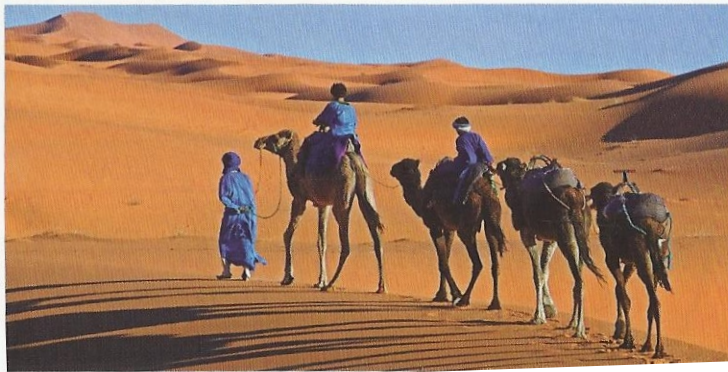
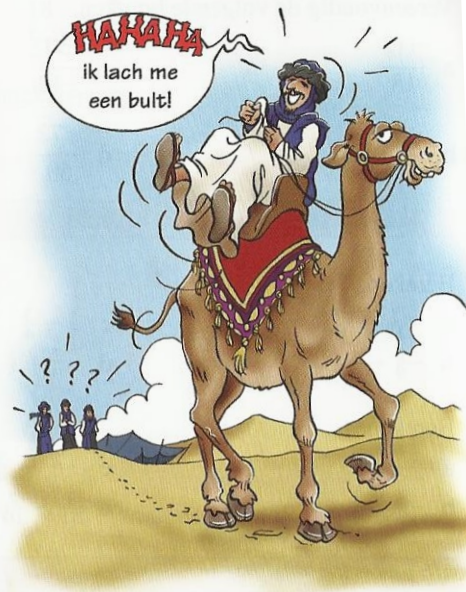
De wijze kadi

Een Arabier liet na zijn dood aan zijn drie zonen 17 kamelen na. De oudste zoon kreeg de helft, de middelste zoon een derde deel en de jongste zoon een negende van deze erfenis.

De zonen hadden grote problemen met de verdeling. Daarom lieten ze de wijze kadi komen. Deze dacht diep na en zei toen: "Ik voeg mijn kameel aan de erfenis toe. Dan zijn er 18 kamelen. U krijgt de helft daarvan, dus 9 kamelen. U krijgt een derde deel, dus 6 kamelen. U krijgt een negende, dat wil zeggen 2 kamelen. Samen zijn dat 9 plus 6 plus 2 is 17 kamelen. Dan kan ik dus weer op mijn eigen kameel naar huis gaan."

De zonen waren zeer onder de indruk van de wijsheid van de kadi.

Ben jij dat ook? Probeer dit ongelooflijke verhaal eens te verklaren!



Figuur 9

Hoofdstuk 4 opdracht 46, uit Getal & Ruimte

Even en oneven getallen

- 1** De getallen 18, 520, 848 en 2002 zijn voorbeelden van **even** getallen. De getallen 7, 13, 741 en 8309 zijn voorbeelden van **oneven** getallen.
- Hoe leg je een klasgenoot uit hoe je snel kunt zien of een getal even of oneven is?
 - Anne zegt: de som van twee even getallen is altijd even. Judith zegt: de som van twee oneven getallen is altijd oneven. Wie heeft gelijk? Licht je antwoord toe.
 - Welke van de volgende beweringen zijn waar?
even + oneven = even
even × oneven = even
oneven × oneven = oneven
oneven + oneven = oneven

Vierkantsgetallen, driehoeksgetallen en kubusgetallen

- 2** Hieronder zie je dat 16 en 25 **vierkantsgetallen** zijn.



- Hoe leg je een klasgenoot uit wat een vierkantsgetal is?
 - Is 1 een vierkantsgetal?
 - Schrijf alle vierkantsgetallen kleiner dan 100 op.
 - Schrijf het kleinste vierkantsgetal op dat groter is dan 500.
 - Schrijf het grootste vierkantsgetal op dat kleiner is dan 1000.
- 3** Hieronder zie je dat 3, 10 en 36 **driehoeksgetallen** zijn.

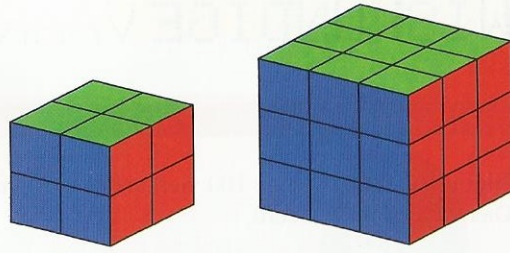


- Hoe leg je een klasgenoot uit wat een driehoeksgetal is?
- Is 1 een driehoeksgetal?
- Schrijf alle driehoeksgetallen kleiner dan 100 op.
- Schrijf het kleinste driehoeksgetal op dat groter is dan 150.
- Schrijf het grootste driehoeksgetal op dat kleiner is dan 200.

Figuur 10

Extra hoofdstuk 2 eerste gedeelte, uit. Getal & Ruimte

- 4 Hiernaast zie je dat 8 en 27 **kubusgetallen** zijn.
- Omschrijf wat een kubusgetal is.
 - Schrijf alle kubusgetallen kleiner dan 500 op.
 - Schrijf het kleinste kubusgetal op dat groter is dan 1000.



Verbanden tussen soorten getallen

- 5 **Afspraak**
- E betekent een even getal
 - O betekent een oneven getal
 - D betekent een driehoeksgetal
 - V betekent een vierkantsgetal
 - K betekent een kubusgetal
 - P betekent een priemgetal

In opgave 1 heb je ontdekt $\text{even} + \text{even} = \text{even}$.
 Notatie: $E + E = E$.
 Ook heb je ontdekt $E + O = O$.
 Maar $O + O = O$ is niet juist.
 Welke van de volgende beweringen zijn waar?
 Geef een tegenvoorbeeld als het niet klopt.

- $O \times O = O$
- $E \times O = E$
- $V \times O = O$
- $V + V + V = V$
- $P + P = E$

- 6 Schrijf het kleinste getal op dat
- E en D en V is
 - op twee manieren $V + V$ is
 - op twee manieren $V + V + V + V$ is

Omdat $9 + 16 = 25$ zou je kunnen denken $V + V = V$.
 Toch klopt deze bewering niet, want bijvoorbeeld

$$\begin{array}{ccc} 9 & + & 36 & = & 45 \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \boxed{V} & & \boxed{V} & & \boxed{\text{geen } V} \end{array}$$

Een bewering is waar als hij voor alle situaties klopt!

Een bewering is niet waar zodra je een voorbeeld hebt waarbij het niet klopt. Zo'n voorbeeld heet een **tegenvoorbeeld**.

- $V + V = K$
- $D + D = E$
- $K + K = O$
- $V \times V = V$
- $P + O = E$

- K en D is
- D en V is
- E en $P + P$ is.

Figuur 11

Extra hoofdstuk 2 eerste gedeelte, uit Getal & Ruimte

Curriculum van hoge kwaliteit

Een curriculum van hoge kwaliteit ondersteunt het leren van alle leerlingen om succes te kunnen behalen op het eigen niveau. Getal & ruimte begint elke paragraaf met een oriënterende opdracht, hierdoor wordt de drempel om te beginnen aan een paragraaf voor minder bekwame leerlingen verlaagd. Daarnaast zijn er voor sommige theorie blokken een demo beschikbaar. Deze demo's zullen de minder bekwame leerlingen kunnen gebruiken om een beter begrip te krijgen van de theorie. Getal & ruimte biedt ook uitdagende opgaven aan voor excellente leerlingen. In deze opdrachten gaan excellente leerlingen aan de slag met problemen die niet in de theorie zijn behandeld. Elk hoofdstuk bevat een diagnostische toets. Hiermee kunnen leerlingen controleren of ze alle basisstoffen hebben begrepen. Blijkt uit deze diagnostische toets dat niet alle basisstof is begrepen, dan kan de herhaling worden gedaan. Leerlingen die alles hebben begrepen kunnen aan de slag met extra stof, een verdieping van de basisstof is.

Niveauperhogend lesgeven

Omdat wij geen beschikking hebben over een docentenhandleiding en ook geen van ons ervaring heeft met het lesgeven met deze methode kan er geen uitspraak worden gedaan over de mate van niveauperhogend lesgeven.

Advies aan boek

Om getal & ruimte geschikter te maken voor excellente leerlingen zijn de volgende adviezen geformuleerd:

- Gebruik de extra stof om excellente leerlingen meer uit te dagen.
Geef excellente leerlingen meer verantwoordelijkheid en inbreng in welke opdrachten ze willen doen en hoe ze deze willen uitvoeren. Daarnaast zou het niveau van de extra stof omhoog moeten door meer opdrachten te ontwikkelen waarin leerlinge analyseren, synthetiseren en evalueren.
- Maak hoofdstuk opdrachten meer betekenisvol
Doe dit door niet allen opdrachten in een context te plaatsen waarin leerlingen zich kunnen verplaatsen, maar houd ook de relevantie en toepasbaarheid in het dagelijks leven van leerlingen in de gaten.
- Maak apart onderdeel in de docentenhandleiding voor excellente leerlingen
Hierdoor worden docenten handvaten geboden om excellente leerlingen te begeleiden. Hierin zou kunnen worden uitgelegd dat oriëntatieopdrachten over kunnen worden geslagen door excellente leerlingen en uitmuntende opdrachten voor hen tot de basis hoort. Ook de extra stof zou aangeprezen moeten worden voor excellente leerlingen. Erg belangrijk hierbij is dat de docent excellente leerlinge motiveert om dit te doen. Zonder deze motivatie zal een leerling hier waarschijnlijk niet aan beginnen, omdat het extra tijd kost en het nut voor leerlingen ontbreekt.

Moderne Wiskunde

Voorwoord

Het boek heeft een voorwoord waarin de opbouw van de methode en de verschillende onderdelen wordt toegelicht. Moderne Wiskunde bestaat uit een leerboek, een werkboek en ICT. Hier gaan we verder in op de inhoud van het leerboek, en om te beginnen dus het voorwoord. In het voorwoord wordt niet expliciet gesproken over excellentie en differentiatie. Uit het opbouwschema van het leerboek blijkt wel dat er aan het einde van een blok extra, 'complexe' opdrachten zijn. Dit hoort niet bij de verplichte lesstof, maar is een optionele aanvulling voor leerlingen die een hoger niveau hebben en hiermee nog meerdere uitdagende opdrachten kunnen doen als ze al eerder klaar zijn met het hoofdstuk. Verder zijn er na elk hoofdstuk ook extra opgaven op hetzelfde niveau die ter extra oefening dienen, en een test jezelf gedeelte waar je jezelf kan controleren of je daadwerkelijk alles onder de knie hebt.

Zes uitgangspunten

Respectvolle taken

Relevante opdrachten interpreteren wij als betekenisvol en boeiend voor de leerlingen. In de opdrachten worden verwijzingen naar of afbeeldingen van bekende producten of voorwerpen gebruikt., of een opdracht gaat over een situatie in het dagelijks leven. Hier wordt redelijk wat mee gedaan in de methode Moderne Wiskunde.

Het begint bijvoorbeeld in het voorkennis gedeelte van hoofdstuk 1 (figuur 14) al met verpakkingen van bekende voedingsmiddelen waarvan de vorm moet worden geanalyseerd. En verder op wordt de link gelegd met de piramides in Egypte (figuur 13) en verblijken (figuur 12) van een bekend merk. Hierdoor maken leerlingen eerst kennis met concrete voorbeelden en kunnen ze later aan de slag met abstracte representaties. In hoofdstuk 3 over grafieken worden de grafieken gekoppeld aan de bekende onderwerpen over afstanden die te voet of te fiets afgelegd moeten worden en de temperatuur. De eerste paragraaf van hoofdstuk 5 gaat over breuken, wat al op de basisschool wordt geassocieerd met taarten en taartpunten. Hier wordt vraag 4 (figuur 15) bijvoorbeeld in de context van een bakker mét taarten geplaatst. Maar er zijn in het gehele boek ook veel vragen die niet in een breed uitgemeten context worden geplaatst, hierin lijkt een goede balans te zijn gevonden.

De hogere cognitieve niveaus - analyseren, synthetiseren, evalueren - komen in Moderne Wiskunde niet aan bod. De hogere cognitieve niveaus verwacht je niet in de basisstof, de paragrafen, want daarin wordt kennis en begrip geleerd over het betreffende onderwerp en moet je deze feitenkennis kunnen toepassen. De extra opgaven aan het einde van een hoofdstuk bieden niet iets nieuws, verdiepends. Deze dienen alleen ter extra oefeningen in het toepassen van de kennis. In het onderdeel 'complexe opdrachten' verwacht je complexere, ingewikkeldere opdrachten; dit is ook het geval. Maar gaat het verder dan toepassen? Nee. De vraagstelling is misschien wat ingewikkelder maar nog steeds kunnen geleerde regels en formules worden toegepast, en is alle benodigde informatie gegeven. Er hoeft dus niet geanalyseerd te worden (of synthese of evaluatie).

Curriculum van hogere kwaliteit

Een curriculum van hoge kwaliteit ondersteunt alle leerlingen in het leren: van de minst bekwame tot de meest bekwame leerling. Elk hoofdstuk van Moderne Wiskunde begint met voorkennis opgaven waarmee de benodigde kennis weer wordt opgefrist. Daarna komen de paragrafen waarbij elke

paragraaf over een bepaald onderwerp gaat binnen het overkoepelende hoofdstukonderwerp. De opbouw van een paragraaf is van de eerste vraag die heel stapsgewijs en opbouwend is, tot aan de laatste vraag waarin je zelf de denkstappen moet kunnen maken. Aan het einde van elk hoofdstuk is een 'test jezelf' waarin je jezelf kan toetsen of je alle basisstof hebt begrepen. Zo niet, kan je terug gaan naar de paragraaf om het nog eens door te nemen of aan het einde van het blok de extra oefeningen maken die bij de betreffende paragraaf horen, om extra met de theorie te oefenen. Blijkt uit de 'test jezelf' dat alles duidelijk was dan kan de leerling verder gaan met de 'complexe opdrachten' waarin de kennis op een hoger niveau moet worden toegepast. Hierin worden de meer bekwame leerlingen dan uitgedaagd.

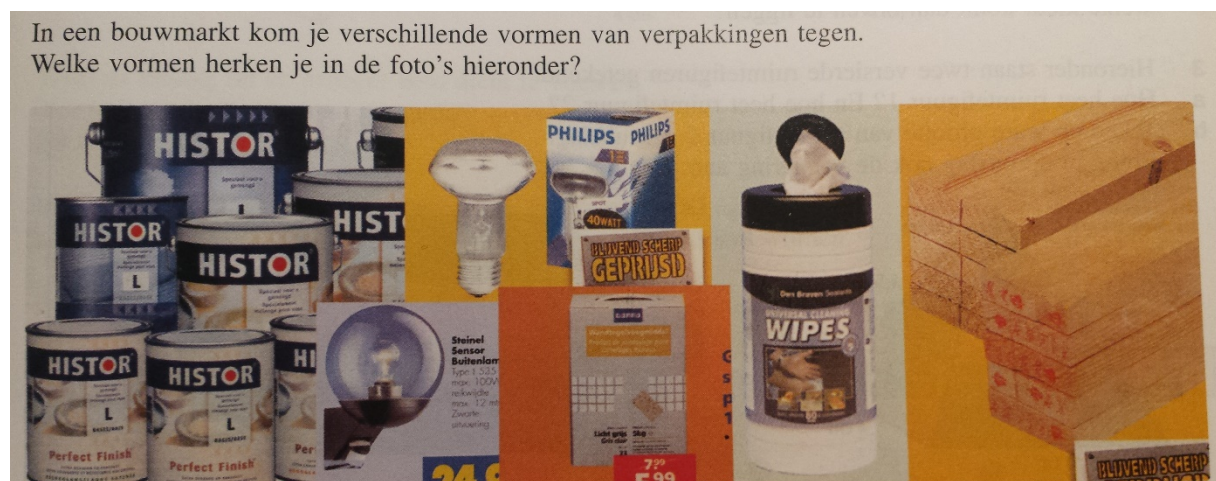
Niveauperhogend lesgeven

Geen van ons heeft ervaring in lesgeven met deze methode. Ook hebben we geen toegang tot de bijbehorende docentenhandleiding van dit boek. Hierdoor kunnen er geen uitspraken gedaan worden over in hoeverre je met deze methode niveau verhogend kan lesgeven.

Advies over dit boek

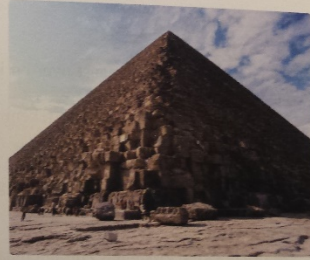
Voeg onderdelen toe voor excellente leerlingen. Dit kan in de vorm van een extra vraag aan het eind van elke paragraaf, maar ook aan het eind van ieder hoofdstuk. Dit laatste is waarschijnlijk overzichtelijker. In deze opdrachten moeten de leerlingen de opgaven oplossen door deze te benaderen op hogere cognitieve niveaus, namelijk door middel van analyseren, synthetiseren en/of evalueren.

Ook zou er een apart onderdeel in de docentenhandleiding kunnen komen voor excellente leerlingen. Hiermee kan de docent geholpen worden in hoe leerlingen die een hoger niveau hebben, begeleid kunnen worden en meer kunnen worden uitgedaagd. Dit kan inhouden dat de voorkennisopdrachten sowieso mogen worden overgeslagen en de excellente leerlingen standaard de complexere opdrachten maken, als zijnde het bij de basis leerstof hoort.



v-4 Hiernaast staat een foto van een bouwwerk in Egypte. Het is één van de zeven klassieke wereldwonderen. Het is rond 2500 jaar voor Christus in ongeveer 20 jaar gebouwd.

- Wat is de naam van dit bouwwerk?
- Hoeveel jaren ongeveer staat het bouwwerk er inmiddels?
- Waar diende het bouwwerk voor?
- Welke vorm heeft de bodem van dit bouwwerk?
- Hoeveel zijanten heeft dit bouwwerk?
- Welke vorm heeft zo'n zijkant?



THEORIE

Gebouwen en verpakkingen van artikelen hebben vaak de vorm van een **balk**, een **kubus**, een **piramide**, een **bol** of een **cilinder**.



balk



kubus



piramide



bol



cilinder



Bekijk de artikelen hierboven.

De verpakking van de soepstengels bestaat uit zes rechthoekige zijanten. Die zijanten hebben niet allemaal dezelfde vorm.

Hoeveel verschillende vormen heeft de verpakking?

Hoeveel van de zes zijanten van de verpakking van de soepstengels kun je op de foto zien? Waarom kun je de andere zijanten niet zien?

Welke andere artikelen hebben ook een verpakking met zes zijanten?

Welke artikelen hebben een verpakking met ongeveer dezelfde vorm als Calvé pindakaas?

Hiernaast zie je een aparte foto van de verpakking van de Brie de PRÉSIDENT.

Hoeveel zijanten heeft deze verpakking?

Jan zegt dat de bovenkant van de verpakking de vorm van een driehoek heeft. Magdalena is het niet met hem eens.

Ben jij het met Jan eens? Geef een mogelijke reden waarom Magdalena het niet met Jan eens is.

Welke zijkant heeft dezelfde vorm als de bovenkant van de verpakking?



Figuur 14

Hoofdstuk 1 voorkennis vraag 1 en 2 – bekende voedingsmiddelen, Moderne Wiskunde

- 4 Sommige bakkers gebruiken taartmessen om een taart in even grote stukken te kunnen verdelen. Hiernaast zie je hoe een bakker een 'zeven-mes' als taartmes gebruikt.
- a Devin krijgt één taartpunt.
Welk deel van de taart is dat?
 - b Frenno krijgt $\frac{2}{7}$ deel van de taart.
Hoeveel krijgen Devin en Frenno samen?
 - c En welk deel van de taart blijft over?
 - d Voor een andere taart gebruikt de bakker een 'zes-mes'.
Welk deel van de taart heb je als je dan twee taartpunten krijgt? Schrijf je antwoord met zo klein mogelijke getallen in de teller en de noemer.



Advies

Docentenhandleiding

De drie laatste genoemde uitgangspunten van differentiatie (flexibele groepsvorming, diagnose en aanpassing en community-vorming) worden hier samengevoegd tot algemene punten die in elke docentenhandleiding zou kunnen staan om differentiatie toe te passen. Naast deze algemene punten zal er een specifiek advies worden gegeven voor docentenhandleiding voor wiskunde methodes.

Flexibele groepsvorming

Een algemeen advies voor docenten die willen differentiëren in hun klas is het gebruiken van verschillende soorten groepsvormen. Er kunnen verschillende criteria worden gebruikt om groepen samen te stellen bijvoorbeeld, beginsituatie, interesse, leerprofiel of leerlingen zelf groepjes laten vormen. Het is belangrijk om deze criteria bij groepsvorming te variëren en daarmee de samenstelling van de groepen.

In wiskundelessen is de meest gebruikte manier om groepen te maken voor flexibele groepsvorming door te kijken naar niveau. Dit kan op verschillende manieren zoals Jacoliene van Wijk, docent Wiskunde, zegt (Ton van der Valk, 2014). Een daarvan is op basis van gemiddelde cijfers, waarbij je de cijferlijsten van hoog naar laag sorteert. De groepen wisselen dan na elk nieuw cijfer. Groepen op basis van voorkennis is ook een relevante manier. Dit kan door vooraf te toetsen welke voorkennis er over het betreffende wiskundige onderwerp aanwezig is en hierop de groepen te maken, zodat er per groep in een bepaald tempo verder geleerd kan worden. Terwijl de ene groep al verder het onderwerp aan het uitdiepen is, kan een andere groep nog met elkaar (en de docent) de ontbrekende kennis bijwerken.

Diagnose en aanpassing

Een algemeen advies voor het toepassen van het uitgangspunt diagnose en aanpassing is het gebruiken van voldoende en verschillende soorten (tussentijdse)evaluaties op verschillende momenten in het curriculum. Hierdoor kan de leeropbrengst en de ontwikkeling van leerlingen in kaart worden gebracht. De uitkomsten van deze evaluaties kunnen gebruikt worden om het curriculum waar nodig en mogelijk aan te passen aan de behoefte van leerlingen.

Specifiek voor wiskunde (maar dit is eigenlijk te vinden bij alle bètavakken) is het principe van basisstof, herhaling, verrijkingstof. Dit heeft vele voordelen maar ook wat haken en ogen, zoals de tussentijdse diagnostische toets die beslist of je herhaling of verrijking mag doen en die niet voor een cijfer is (Ton van der Valk, 2014). Doordat deze niet voor een cijfer is, bereiden leerlingen zich onvoldoende voor. Hierdoor zijn er leerlingen die moeten herhalen terwijl ze kunnen verrijken, dit werkt demotiverend. Net als het feit dat sommige leerlingen nooit aan de verrijkingstof zullen toekomen. Maar zelfs voor degene die wel de verrijkingstof maken speelt dit. Verrijkingstof wordt namelijk nooit op een toets gevraagd, dus waarom zou je het dan doen? Een oplossing hiervoor heeft GertJan de Greef (Ton van der Valk, 2014) gevonden. Door een officiële tussentijdse toets in te voeren die eerder is dan de proefwerkweek kan een schifting worden gemaakt voor leerlingen die het hoofdstuk eerder succesvol hebben afgerond en leerlingen die er de standaard tijd over doen. De leerlingen die deze vroegere toets halen hebben dan een proefwerk minder in de proefwerkweek en kunnen de laatste paar weken aan een verrijkende opdracht of onderzoekje werken. Hierin hebben

ze meer vrijheid en mogelijkheden voor hun eigen ideeën en een extra kans om een goed cijfer te halen.

Community-vorming

Het laatste algemene advies dat gevormd wordt voor docent betreft het laatste uitgangspunt van differentiatie community-vorming, ook wel de vorming van een leergemeenschap. Dit ontstaat wanneer leerlingen en docenten samen (leer)activiteiten uitvoeren en zich identificeren met deze gemeenschap. Om dit te stimuleren zijn er vier factoren van belang.

- Lidmaatschap
 - Deelnemers voelen loyaliteit en betrokkenheid bij de gemeenschap
- Invloed
 - Deelnemers dragen actief bij aan het realiseren van doelen en hebben invloed op deze doelen en (leer)activiteiten
- Vervulling
 - Deelnemer worden bevredigd in hun behoeftes wanneer ze deelnemen aan de gemeenschap
- Emotionele verbinding
 - Deelnemers delen ervaringen en sociale activiteiten

Docenten die graag differentiatie willen toepassen zouden een (leer)gemeenschap kunnen vormen door de bovenstaande factoren te stimuleren.

Methode

Zoals wij in dit werkstuk hebben laten zien, werkt niet een van de behandelde methodes met hogere cognitieve niveaus. Als een school op zoek is naar opgaven van een hogere cognitief niveau, dan moeten ze of op zoek naar nog een andere methode, echter biedt dit geen garanties, of ze moeten zelf opgaven maken die van een hoger cognitief niveau zijn. De methodes die wij behandelen, zijn wat betreft deze niveaus dus volkomen gelijk.

Echter is er wel een advies te geven op basis van de uitdagingen die aan leerlingen geboden worden. De Wageningse Methode werkt, zoals eerder beschreven, met de okerstroom waarbij excellente leerlingen dus meer worden uitgedaagd zonder dat ze extra werk moeten doen. Bij de methodes Getal & Ruimte en Moderne Wiskunde zijn er ook opgaven voor excellente leerlingen maar deze zijn altijd extra. Er is dus binnen deze methode geen mogelijkheid voor de leerlingen om zichzelf uit te dagen zonder meer te doen dan hun klasgenoten. Aangezien de Wageningse Methode deze mogelijkheid wel biedt, vinden wij dat de Wageningse Methode het meeste geschikt is voor het bevorderen van excellentie.

Getal & Ruimte en Moderne Wiskunde zijn vergelijkbaar als het gaat om het bevorderen van excellentie. Ze dagen de excellente leerlingen enkel in extra opgaven uit en zijn beide ook toegankelijk voor minder bekwame leerlingen. Daarom is ons advies wat deze twee boeken betreft gelijkwaardig. Beide boeken houden zich enigszins bezig met differentiatie maar het is geen kenmerk van ze. Dus voor scholen die gewoon degelijke lesstof willen hebben, zijn het prima boeken.

Literatuur:

Gerdieneke van Silfhout, Jacqueline Evers-Vermeul, Ted Sanders (2014). *Effectieve leerteksten in het vmbo. Hoe leuk moet je het maken?* Didactief, 44, 1, pp. 30 – 31

Ton van der Valk (2014). *Excellentie en differentiatie*. Den Haag: School aan Zet

Methodes

- Boek: getal & ruimte, wi 1 vwo deel 1. Eerste druk, derde oplage, 2009
Auteurs: L.A. Reichard, S. Rozemond, J.H. Dijkhuis, C.J. Admiraal, G.J. te Vaarwerk, J.A. Verbeek, G. de Jong, N.J.M. Brokamp, H.J. Houwing, R. de Vroome, J.D. Kuis, F. ten Klooster, F.G. van Leeuwen, S.K.A. de Waal, J. van Braak, H. Liesting.
- Wageningse Methode
- Moderne Wiskunde, havo vwo deel 1A, 9^e editie, 2007