



Lissajousfiguren

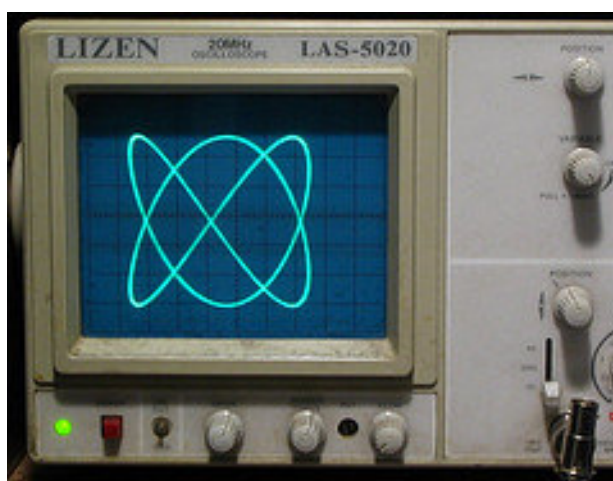
Keuzeopdracht voor natuurkunde 5/6vwo

Een verdiepende opdracht over Lissajousfiguren

Voorkennis: harmonische trilling, werken met een oscilloscoop

Oriëntatie

Op onderstaande foto staat een oscilloscoop waarop een zogenaamd Lissajousfiguur te zien is.



Een Lissajousfiguur. Bron: www.flickr.com/photos/omegatron/129492841/

Gewoonlijk maak je een signaal (of meer tegelijk) zichtbaar op de oscilloscoop door een tijdbasis op de X-as te zetten en het signaal op de Y-as aan te sluiten. Maar je kunt een oscilloscoop ook gebruiken om twee signalen te vergelijken: één signaal op de X-as en het andere signaal op de Y-as: dan krijg je een Lissajousfiguur.

In de deze opdracht maak je (nader) kennis met Lissajousfiguren, onderzoek je hun eigenschappen en toepassingen. Je hoeft niet per se alle opdrachten helemaal te doen. Kies de onderdelen die jou interessant lijken en waar je wat van leert.

Gebruik in elk geval de volgende opdracht om je kennis van periodieke signalen en de oscilloscoop op te frissen.

Vraag 1. Oriëntatie op de oscilloscoop en periodieke signalen

- Zoek in je leerboek natuurkunde het hoofdstuk over harmonische trillingen op, (bijvoorbeeld in Systematische Natuurkunde Kernboek V5, hoofdstuk 3) kijk het even door en maak een lastige opgave. Lukt dat niet, bestudeer het hoofdstuk dan wat beter en maak nog een paar opgaven.

Elk periodiek signaal is volgens de stelling van Fourier te ontbinden in harmonische trillingen. Elk van die trillingen is te beschrijven met de formule $u(t) = A \sin(2\pi f t + \delta)$.

- Waar staan in die formule de symbolen A , f en δ voor?
- Sluit een sinusgenerator aan op een oscilloscoop en regel de instellingen zo dat je een mooi stilstaand beeld krijgt. Zorg dat je (weer) weet hoe je het signaal van de generator en de instellingen van de scoop kunt veranderen.

Onderzoek aan Lissajousfiguren

Met de volgende opdrachten ga je experimenteren met het maken van Lissajousfiguren en hun eigenschappen onderzoeken.

Vraag 2. Eigenschappen van Lissajousfiguren

Bekijk de applet op <http://fys.kuleuven.be/pradem/applets/suren/Lissajous/Lissajous.html> en varieer met de instellingen.

- Kun je de figuur uit de foto reproduceren? Met welke instellingen? Zijn er meerdere mogelijkheden? Hoe zou het beeld op de oscilloscoop eruit zien als je deze twee signalen 'gewoon' tegen een tijdsbasis zou uitzetten?

Onderzoek de eigenschappen van de applet systematisch om antwoord te geven op de volgende vragen:

- Hoe kan je de verhouding van de amplitude van twee signalen bepalen uit een Lissajousfiguur?
- En de verhouding van frequenties ("Ang. Freq" in de applet is $\omega = 2\pi f$)?
- En het faseverschil δ ?

Probeer met een echte oscilloscoop ook Lissajousfiguren te maken. De figuren van de applet worden na een tijdje altijd heel 'netjes'.

- Gebeurt dat bij de oscilloscoop ook? Waaraan ligt dat denk je?
-

Uit de vorm van een Lissajousfiguur kan je dus direct de verhouding tussen twee signalen bepalen. Dit wordt bijvoorbeeld gebruikt bij het afregelen van een tv-toestel met een ijksignaal. Zolang er geen schuine rechte lijn op het beeldscherm staat, zijn de twee signalen niet hetzelfde.

Vraag 3. Toepassing: bepalen van de geluidssnelheid

Een slimme toepassing van Lissajousfiguren wordt beschreven in een artikel van Berg en Brill, op www.physics.umd.edu/lecdem/services/demos/demosh1/LissajousProof.pdf. Met het beschreven experiment wordt de geluidssnelheid bepaald door het vergelijken van het uitgezonden signaal met het signaal dat ontvangen wordt met een microfoon. Uit de afstanden tussen bron en microfoon waarbij de twee signalen in fase zijn, kan de golflengte bepaald worden. Samen met de frequentie kan hieruit de geluidssnelheid bepaald worden.

- a. Lees het artikel
- b. Bouw de opstelling na (meet de frequentie ook met de oscilloscoop)
- c. Bepaal de geluidssnelheid

Een groot voordeel van Lissajous-figuren is dat je direct het effect van (kleine) veranderingen in het signaal kan zien. De geluidssnelheid hangt af van veel factoren, o.a. de temperatuur van de lucht en de samenstelling. Onderzoek de afhankelijkheid van enkele van die factoren, bijvoorbeeld:

- verwarmen of afkoelen van de lucht
 - bevochtigen van de lucht
 - toevoegen van kooldioxide
 - ...
-

Een meer wiskundige benadering van Lissajous-figuren kan je vinden op de website van Wiskunde Online. In het bijbehorende Lissajous-laboratorium wordt ook een derde 'as' geïntroduceerd, de Hue-frequentie. Hiermee wordt de snelheid van kleurverandering ingesteld. Een oscilloscoop heeft meestal geen mogelijkheid om kleur in te stellen. Wel is vaak een Z-as aanwezig. Hiermee kan je de intensiteit van de lichtstraal regelen. Samen met de x-as en y-as wordt het dan mogelijk om elk mogelijk figuur te creëren. Eigenlijk is het dan maar een heel kleine stap naar een tv-beeld!

Vraag 4. Het Lissajous-laboratorium

Ga naar de website www.wiskundeonline.nl/PV_Lissajous_Figuren.htm, lees de uitleg en bekijk de applet.

- maak (een van) de opgaven
 - onderzoek bij de applet het effect van 'hueFreq'
 - onderzoek het effect van het aantal 'Samples'.
-

Afronding

Maak een *product* waarmee je aan je medeleerlingen of andere geïnteresseerden kunt laten zien wat je onderzocht hebt. Zo'n product kan bijvoorbeeld een poster zijn waarop je het ontstaan en de eigenschappen van Lissajousfiguren uitlegt, of een demonstratie van een toepassing.

Bedenk met je groepje een vraag die een medeleerling moet kunnen beantwoorden als hij/zij jullie product heeft bestudeerd. Welk(e) antwoord(en) zou je willen horen?