



De dubbele slinger

Keuzeopdracht voor natuurkunde

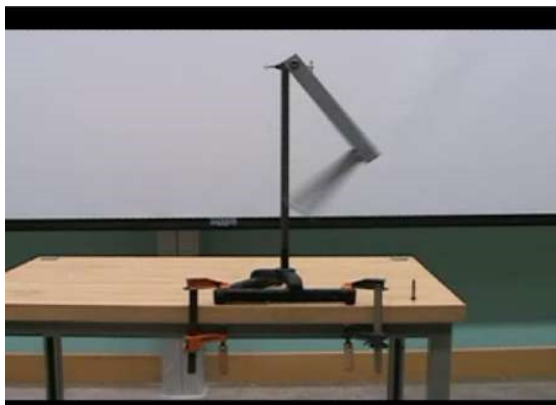
Een verrijkende opdracht over de dubbele slinger als chaotisch systeem

Voorkennis: slingerbeweging, kracht en moment

Vereist aantal deelnemers: 3

Oriëntatie

In deze opdracht ga je met drie leerlingen een chaotisch systeem bestuderen.



Een dubbele slinger in actie.

Bron: www.instructables.com/id/The-Chaos-Machine-Double-Pendulum/

We zeggen dat een fysisch systeem chaotisch is als het extreem gevoelig is voor variatie in de begintoestand. Dat wil zeggen: een heel kleine verandering in het begin zorgt na verloop van tijd voor een heel grote verandering. Het gevolg is dat zo'n systeem (op de lange duur) onvoorspelbaar is. Het weer is bijvoorbeeld een chaotisch systeem.

Het systeem dat we gaan bestuderen is de dubbele slinger. Een slinger beweegt normaal gesproken heel regelmatig, maar als je onderaan de slinger een tweede slinger vastmaakt, wordt de beweging veel ingewikkelder, en zelfs chaotisch.

Vraag 1. De dubbele slinger bekijken

Bekijk het filmpje waarnaar hierboven wordt verwezen. Je kunt nog meer filmpjes vinden door te zoeken op 'double pendulum'. En misschien is er op school wel een kant-en-klare dubbele slinger die je kunt gebruiken.

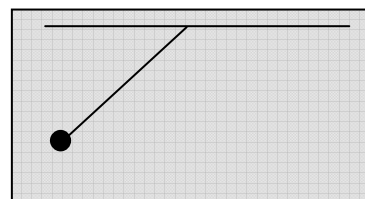
Wat valt je op aan de beweging?

Voor we aan de slag gaan met de dubbele slinger moeten we eerst de gewone slinger goed begrijpen. Gebruik bijvoorbeeld de volgende opdrachten om de theorie op te halen.

Vraag 2. Je kennis van slingers oprissen

- Maak een opgave over een slingerbeweging (met kleine hoek zodat $\sin(\alpha) \approx \alpha$), bijvoorbeeld Kogel aan een draadje op natuurkunde.nl. (Zie www.natuurkunde.nl/artikelen/view.do?supportId=938402)
- Maak een opgave over een slinger die een grotere uitwijking heeft. Zie de figuur. Doe alsof alle massa van de slinger in het bolletje zit, en het staafje massaloos is.

- a Welke krachten werken er op het bolletje? Welke kracht zorgt voor de versnelling langs de baan van het bolletje? Geef een formule voor die kracht.
- b Geef een formule voor de snelheid van het bolletje waarin de lengte van de slinger en de hoek van de slinger met de vertikaal zit.



- c Hoe ziet $F=ma$ eruit voor deze slinger? Hoe verandert deze vergelijking als $\sin(\alpha) \approx \alpha$?

De dubbele slinger onderzoeken

Met de theorie die je hebt opgehaald in de oriëntatie, kun je aan de slag om de dubbele slinger te onderzoeken.

Jullie gaan dit systeem met z'n drieën bestuderen, op verschillende manieren. Er zijn drie rollen te verdelen:

1. de experimentator – bouwt een dubbele slinger en doet metingen (vragen 8 en 9)
2. de theoreticus – stelt formules op over de beweging (vragen 5 en 6)
3. de simulator – bestudeert een computermodel van het systeem (vraag 7)

Dat jullie alle drie je eigen rol hebben, betekent natuurlijk niet dat je niet samenwerkt. Sommige dingen kun je beter samendoen en bovendien kun je elkaars resultaten gebruiken om je eigen werk beter te doen.

Vraag 3. Een taakverdeling en een plan maken

Bepaal met je groepje wie welke rol op zich neemt.

Maak ook een plan van aanpak waarin staat wie wat wanneer gaat doen, en bespreek dat met je docent.

Vraag 4. Meer over chaos en de dubbele slinger

Lees voor meer achtergrondinformatie een of meer van de volgende artikelen.

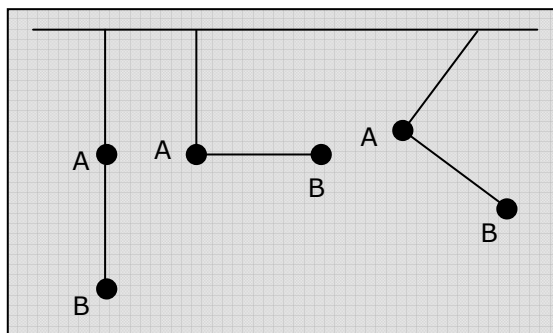
- <http://www.kennislink.nl/publicaties/de-dubbele-slinger> Wat is chaos, wat is een dubbele slinger.
 - <http://www.natuurkunde.nl/artikelen/view.do?supportId=938480> Meer over de dubbele slinger: filmpje, simulatie, meer theorie.
 - <http://wwwhome.math.utwente.nl/~dammermj/Chaos/> Chaos vanuit wiskundig perspectief, met applets. Halverwege de pagina gaat het over de dubbele slinger.
-

Onderzoek naar de theorie

De krachten die werken op een dubbele slinger zijn natuurlijk van belang voor de beweging. Gebruik bijvoorbeeld de volgende vragen om die krachten te onderzoeken.

Vraag 5. Krachten in een dubbele slinger

- Maak een tekening van de dubbele slinger in een aantal standen. Doe alsof alle massa van de slingerdelen in de bolletjes A en B zit, en de staafjes massaloos zijn. Zie de figuur voor voorbeelden. Bedenk dat een dubbele slinger vaak ook 'over de kop' kan!
- Teken de verschillende krachten die werken op de punten A en B.
- Wat is de resulterende kracht op de massa's?
- Kun je de beweging van de slinger voorspellen als je hem vanuit die stand loslaat?
- Kun je aan een momentopname zoals deze zien hoe de slinger bewoog toen de foto werd genomen?
- Hoe zien de tekeningen eruit als de massa niet in de bolletjes zit, maar je de slinger meer laat lijken op het model in de foto, dus met staven met massa? Maakt dit wat uit voor de bewegingen denk je?



In plaats van naar de krachten te kijken, kun je ook de energie van de slinger onderzoeken.

Vraag 6. Energie van een dubbele slinger

- Welke soorten energie heeft de slinger? Waar hangen die vanaf?
 - Kies handige coördinaten om de plaats van de punten A en B aan te geven.
 - Probeer een formule te vinden voor de totale energie van de slinger.
-

Simulatie van de dubbele slinger

Je kunt gebruik maken van het powersim-model Chaotische_slinger.SIM dat beschikbaar is bij deze keuzeopdracht. Gebruik bijvoorbeeld de volgende vragen om het model te leren kennen.

Vraag 7. Het Powersim-model

- Wat wordt er gesimuleerd in dit model?
 - Wat stellen de verschillende gebruikte grootheden voor?
 - Wat gebeurt er met de bewegingen van het model als je de verschillende grootheden varieert?
-

Je kunt natuurlijk ook proberen om (hierna) zelf een model te bouwen. Werk samen met je groepsgenoten! De theoreticus heeft misschien al formules die je kunt gebruiken.

Experimenteren met de dubbele slinger

Misschien is er op school al een werkende dubbele slinger beschikbaar. Dan kun je daarmee gaan experimenteren. Maar je kunt ook eerst zelf een slinger bouwen.

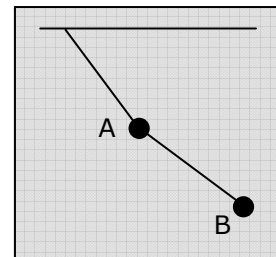
Vraag 8. Bouw zelf een dubbele slinger

- Welke eigenschappen zijn belangrijk voor het onderzoek? Denk bijvoorbeeld aan starheid, wrijving, wel/niet 'over de kop' kunnen, ...
 - Overleg met je groepsgenoten zodat theorie, simulatie en experiment elkaar aanvullen.
-

Onderzoek de beweging van je slinger, bijvoorbeeld met enkele van de volgende vragen.

Vraag 9. Meten aan de dubbele slinger

- Hoe ga je meten aan de dubbele slinger? Kun je bijvoorbeeld een videocamera gebruiken om de beweging vast te leggen en later te analyseren?
 - Maakt het voor het soort beweging uit hoeveel energie je de slinger meegeeft?
 - Als je de slinger zomaar een zetje geeft, gaat hij meestal wild en chaotisch bewegen. Maar kun je ook vaste patronen vinden, bewegingen die (voor een tijdje) periodiek herhaald worden?
-



Resultaten

Jullie hebben de beweging van de dubbele slinger onderzocht.

Vraag 10. De resultaten

- Wat zijn de belangrijkste resultaten?
- Wat zijn de bijdragen van theorie, simulatie en experiment?

Hoe kun je zien dat de beweging chaotisch is...

- Aan de formules?
 - Aan de simulatie?
 - Aan de metingen?
-

Afronding

Maak een *product* waarmee je je docent en medeleerlingen kunt laten zien wat je geleerd hebt door dit keuzeonderwerp te doen. Zo'n product kan een poster zijn waarop je de werking van de dubbele slinger uitlegt, een demonstratie met je dubbele slinger, of de resultaten van de simulatie. Maar iets anders mag ook. Denk daarbij aan

- de slinger waaraan je hebt gemeten,
- het schema van het computermodel,
- meetresultaten, grafieken, formules.

Bedenk met elkaar een vraag die een medeleerling moet kunnen beantwoorden als hij/zij jullie product heeft bestudeerd. Welk(e) antwoord(en) zouden jullie op deze vraag willen krijgen?